



9^{ος} ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

«Ο ΕΠΙΜΕΝΙΔΗΣ»

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 6 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Α΄ Γυμνασίου

1. α. Να γράψετε τους δεκαδικούς 0,5 0,25 0,125 και 0,0625 καθώς και τα κλάσματα $\frac{45}{360}$, $\frac{27}{135}$, $\frac{48}{160}$ σε μορφή ανάγωγου κλάσματος.
- β. Να βρείτε το αποτέλεσμα της πράξης $\frac{45}{360} + \frac{27}{135} + \frac{48}{160}$ σε μορφή ανάγωγου κλάσματος
- γ. Αν $A = 0,0625 \cdot \left(\frac{45}{360} + \frac{27}{135} + \frac{48}{160}\right)$ να βρείτε τον ακέραιο αριθμό που είναι αποτέλεσμα της διαίρεσης $2 \cdot (101 : A)$.

Λύση:

α.

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad 0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} \quad 0,0625 = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16}$$

Διαφορετικά μπορούμε να βρούμε το μισό του $\frac{1}{2}$ και κάθε φορά να βρίσκουμε το μισό του προηγούμενου κλάσματος.

β.

Απλοποιούμε τα κλάσματα και τα κάνουμε ομώνυμα.

$$\frac{45}{360} + \frac{27}{135} + \frac{48}{160} = \frac{45:45}{360:45} + \frac{27:27}{135:27} + \frac{48:16}{160:16} = \frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{40} + \frac{8}{40} + \frac{12}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

γ.

$$A = 0,0625 \cdot \left(\frac{45}{360} + \frac{27}{135} + \frac{48}{160}\right) = \frac{1}{16} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{16} \cdot \frac{8}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$2 \cdot (101 : A) = 2 \cdot \left(101 : \frac{1}{10}\right) = 2 \cdot (101 \cdot 10) = 2 \cdot 1010 = 2020$$

2. Ένα τετράγωνο έχει περίμετρο 24 εκ.

α. Να βρείτε το εμβαδόν του.

β. Να βρείτε την περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει πλάτος 4εκ. και ίδιο εμβαδόν με το παραπάνω τετράγωνο.

γ. Να βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου του οποίου το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος του και η περίμετρός του είναι ίση με του παραπάνω τετραγώνου.

Λύση:

α.

Η πλευρά του τετραγώνου ισούται με $24:4=6$ εκ.

Επομένως το εμβαδόν του ισούται με $E=6^2=36$ τ. εκ.

β.

Ένα ορθογώνιο με εμβαδόν ίδιο με του τετραγώνου και πλάτος 4 εκ έχει μήκος $36:4=9$ εκ.

Επομένως η περίμετρος του ορθογωνίου ισούται με $2 \cdot (4 + 9) = 26$ εκ.

γ.

Το άθροισμα των διαστάσεων (μήκος+πλάτος) του ζητούμενου ορθογωνίου ισούται με $24:2=12$ εκ.

Αν ονομάσουμε με α το πλάτος, τότε το μήκος ισούται με 2α , οπότε το άθροισμά τους ισούται με 3α . Έτσι $3\alpha = 12$, δηλαδή $\alpha = 12:3 = 4$ εκ.

Επομένως το μήκος είναι $2 \cdot 4 = 8$ εκ. και το πλάτος 4 εκ.

3. Καφεκοπτείο αγοράζει το νωπό καφέ προς 14 ευρώ το κιλό, ο οποίος κατά το καβούρδισμα χάνει το 20% του βάρους του. Πόσο πρέπει να πουλάει το κάθε κιλό καβουρδισμένου καφέ, για να κερδίσει 20% επί του κόστους.

Λύση:

Εφόσον έχουμε απώλεια 20% κατά το καβούρδισμα, το καφεκοπτείο πληρώνει 14 ευρώ για 800 γραμμάρια καφέ. Έτσι εφαρμόζοντας απλή μέθοδο των τριών η ανάλογα ποσά, η τιμή που πληρώνει για ένα κιλό ισούται με $14:\frac{800}{1000} = 14:\frac{4}{5}$ ευρώ.

(Δεν είναι απαραίτητο να γίνουν οι πράξεις)

Για να έχει κέρδος 20%, επί του κόστους, πρέπει να πουλήσει το κιλό προς $\left(14:\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{120}{100} = \left(14:\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{6}{5} = 14 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = 14 \cdot \frac{6}{4} = 14 \cdot \frac{3}{2} = 21$ ευρώ.

4. Οι συνολικοί πόντοι που επιτεύχθηκαν και από τις δύο ομάδες Α και Β σε ένα αγώνα μπάσκετ, ήταν 165. Αν η ομάδα Α ήταν η νικήτρια με διαφορά 9 πόντων

α. να βρείτε το τελικό αποτέλεσμα του αγώνα.

Δίνεται επιπλέον ότι η ομάδα Α σούταρε 25 συνολικά βολές με ποσοστό επιτυχίας 80%, ενώ η ομάδα Β σούταρε 20 συνολικά βολές με ποσοστό επιτυχίας 85% (κάθε εύστοχη βολή μετράει

για 1 πόντο). Εκτός από τις βολές, η ομάδα Α είχε 29 συνολικά εύστοχα σουτ (2-ποντα και 3-ποντα) ενώ η ομάδα Β είχε αντίστοιχα 28 εύστοχα σουτ.

β. Σε πόσα 3-ποντα και πόσα 2-ποντα ευστόχησε η κάθε μία από τις δύο ομάδες;

Λύση:

α.

$$165 - 9 = 156 \text{ και } 156 : 2 = 78$$

Επομένως η ομάδα Α σκόραρε $78 + 9 = 87$ πόντους, δηλαδή το τελικό σκορ ήταν 87-78.

β.

25 βολές με ποσοστό 80% για την ομάδα Α μας κάνουν $25 \cdot \frac{80}{100} = 25 \cdot \frac{4}{5} = 20$ πόντοι από βολές.

20 βολές με ποσοστό 85% για την ομάδα Β μας κάνουν $20 \cdot \frac{85}{100} = 20 \cdot \frac{17}{20} = 17$ πόντοι από βολές.

Επομένως η ομάδα Α σκόραρε $87 - 20 = 67$ πόντους με 29 συνολικά εύστοχα 2-ποντα και 3-ίποντα. Αν και τα 29 ήταν 2-ποντα, οι πόντοι θα ήταν 58. Για να έχουμε $67 - 58 = 9$ επί πλέον πόντους, σημαίνει ότι είχε 9 από τα 29 σουτ 3-ποντα, ενώ τα υπόλοιπα 20 ήταν 2-ποντα.

Για την ομάδα Β αντίστοιχα είχαμε $78 - 17 = 61$ πόντους με 28 εύστοχα σουτ. Αν όλα ήταν 2-ποντα, θα είχαμε 56 πόντους. Επομένως για να έχουμε $61 - 56 = 5$ επί πλέον πόντους, πρέπει να είχε 5 από τα 28 σουτ 3-ποντα, ενώ τα υπόλοιπα 23 ήταν 2-ποντα.

Επαλήθευση:

$$\text{Ομάδα Α: } 20 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 9 \cdot 3 = 87 \text{ πόντοι}$$

$$\text{Ομάδα Β: } 17 \cdot 1 + 23 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 78 \text{ πόντοι}$$