



6^{ος} ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
«Ο ΕΠΙΜΕΝΙΑΗΣ»
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2017

Α΄ Γυμνασίου

1. Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς με τους οποίους είναι ίσες οι ακόλουθες παραστάσεις:

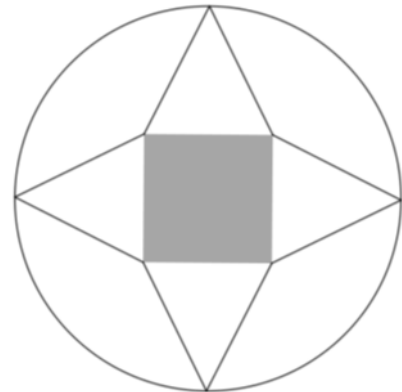
$$\alpha = 2^5 - (2^4 + 2^3) - 2^2 - 2 - 1, \quad \beta = \frac{17}{102} + \frac{31}{62} + \frac{29}{87} + \frac{78}{26} \text{ και}$$

$$\gamma = \frac{(3^2 - 2^3)^{2017} + 10^3 \cdot 0,001}{0,5^2}$$

Για τις τιμές των α, β, γ που βρήκατε παραπάνω, να εξετάσετε αν ισχύει η ισότητα

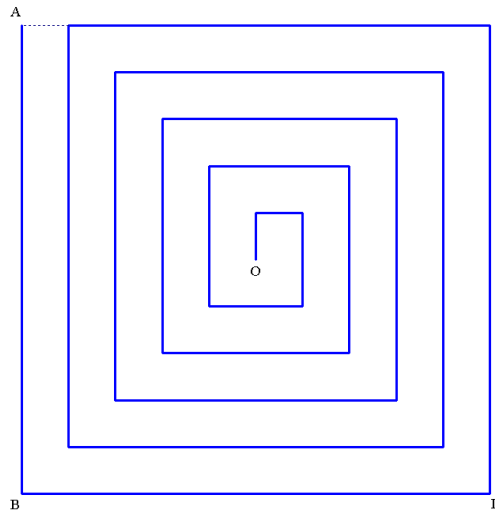
$$(\gamma : \beta) : \alpha = \gamma : (\beta : \alpha)$$

2. Ένας κηπουρός φυτεύει γαρύφαλλα σε ένα τετράγωνο, του οποίου η περίμετρος είναι 8μ. Εξωτερικά του τετραγώνου σχεδιάζει τέσσερα ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν βάσεις τις πλευρές του τετραγώνου και ύψος ίσο με την πλευρά του τετραγώνου και φυτεύει γαρδένιες στα τρίγωνα αυτά. Περιβάλλει μετά το τετράγωνο και τα τρίγωνα με ένα κύκλο, ο οποίος περνά από τις κορυφές των τριγώνων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και φυτεύει στα κενά που δημιουργούνται μεταξύ του κύκλου και των τριγώνων μαργαρίτες. Να υπολογιστεί πόση επιφάνεια του κήπου είναι φυτεμένη με γαρύφαλλα, πόση με γαρδένιες και πόση με μαργαρίτες.



3. α) Να βρείτε όλους τους διαιρέτες των αριθμών 24 και 25.
β) Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί από το 1 έως το 20 που έχουν ακριβώς 3 διαιρέτες;
γ) Να βρείτε ένα φυσικό αριθμό μεγαλύτερο του 900 και μικρότερο του 1000 που έχει ακριβώς τρεις διαιρέτες.

4. Τα σημεία A, B, Γ, Δ είναι κορυφές τετραγώνου με πλευρά ίση με 10 μονάδες. Με αρχή το κέντρο O του τετραγώνου, σχεδιάζουμε μία τεθλασμένη γραμμή, αποτελούμενη από οριζόντια και κατακόρυφα ευθύγραμμα τμήματα, η οποία καταλήγει στο σημείο A. Δημιουργούμε έτσι, ένα «σπειροειδή λαβύρινθο» όπως βλέπετε στο σχήμα, ο οποίος αποτελείται από διαδρόμους σταθερού πλάτους
- α) Να υπολογίσετε το πλάτος κάθε διαδρόμου.
β) Ποιο είναι το πλήθος των διαδοχικών ευθύγραμμων τμημάτων από τα οποία αποτελείται η τεθλασμένη γραμμή και πόσο είναι το συνολικό μήκος της;
γ) Αν συνεχίσουμε την τεθλασμένη γραμμή από το σημείο A στο ίδιο μοτίβο (πρώτα λίγο προς τα πάνω, μετά προς τα δεξιά, κλπ) μέχρι να καταλήξουμε στην πάνω αριστερή κορυφή τετραγώνου πλευράς 100 μονάδων, σχηματίζοντας ένα μεγαλύτερο «σπειροειδή λαβύρινθο» πάντα με διαδρόμους σταθερού πλάτους, πόσα θα είναι τότε τα διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα και πόσο το συνολικό μήκος της τεθλασμένης γραμμής;



Να δικαιολογείτε την απάντησή σας σε κάθε πρόβλημα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!