



ΣΑΒΒΑΤΟ, 7 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2015  
4<sup>ο</sup> ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ «Ο ΕΠΙΜΕΝΙΔΗΣ»

Α΄ Γυμνασίου  
ΛΥΣΕΙΣ

1. Κόβουμε ένα κύβο με ακμή ίση με 9cm σε ίσα μικρότερα κυβάκια, ακμής 3cm. Τοποθετούμε αυτά τα κυβάκια, το ένα πάνω στο άλλο, σχηματίζοντας ένα πύργο, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Να βρεθεί ο όγκος και η επιφάνεια του στερεού αυτού.

**Προτεινόμενη λύση:**

Ο όγκος, παραμένει ίδιος με τον αρχικό, δηλαδή  $9^3=729\text{cm}^3$   
(Διαφορετικά, το νέο στερεό, αποτελείται από  $3^3=27$  κυβάκια, οπότε έχει ύψος  $27 \cdot 3 = 81\text{cm}$ .  
Επομένως έχει όγκο  $3 \cdot 3 \cdot 81 = 729\text{cm}^3$ )  
Το ζητούμενο εμβαδόν, αποτελείται από τις 4 έδρες των 27 μικρότερων κύβων, συν τις δύο ελεύθερες (πάνω και κάτω έδρες), δηλαδή συνολικά  $4 \cdot 27 + 2 = 110$  έδρες. Το εμβαδόν κάθε έδρας ισούται με  $9\text{cm}^2$ , επομένως το συνολικό εμβαδόν ισούται με  $110 \cdot 9 = 990\text{cm}^2$ .  
(Διαφορετικά, υπολογίζουμε το εμβαδόν των εδρών του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου διαστάσεων  $3 \times 3 \times 81$ , δηλαδή, δύο τετράγωνα εμβαδού  $9\text{cm}^2$  και τέσσερα ορθογώνια εμβαδού  $3 \cdot 81 = 243\text{cm}^2$ , επομένως,  $2 \cdot 9 + 4 \cdot 243 = 990\text{cm}^2$ ).

2. Σε ένα διαγωνισμό μαθηματικών, υπάρχουν 60 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής. Για κάθε σωστή απάντηση, ο διαγωνιζόμενος παίρνει 5 μονάδες, ενώ σε κάθε λανθασμένη απάντηση, του αφαιρείται μία μονάδα. Ένας διαγωνιζόμενος, απάντησε σε όλες τις ερωτήσεις και βαθμολογήθηκε με 228 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά;

**Προτεινόμενη λύση:**

Για κάθε λανθασμένη απάντηση, η βαθμολογία μειώνεται κατά 6 μονάδες, καθώς δεν παίρνει τις 5 μονάδες αλλά ταυτόχρονα χάνει άλλη μία. Η μέγιστη δυνατή βαθμολογία είναι  $60 \cdot 5 = 300$ , επομένως για να χάσει  $300 - 228 = 72$  μονάδες, έχει κάνει λάθος σε  $72 : 6 = 12$  ερωτήσεις, δηλαδή απάντησε σωστά στις υπόλοιπες 48.

Το πρόβλημα λύνεται και με εξίσωση, αν θεωρήσουμε χ τον αριθμό των σωστών απαντήσεων και  $60 - x$  τον αριθμό των λανθασμένων, έχουμε την εξίσωση:  $5x - (60 - x) = 228$ .

3. Η Α΄ Γυμνασίου ενός σχολείου έχει περισσότερους από 140 και λιγότερους από 150 μαθητές. Αν τα κορίτσια είναι 50% περισσότερα από τα αγόρια, πόσοι είναι όλοι οι μαθητές της τάξης;

**Προτεινόμενη λύση:**

Αν ονομάσουμε με  $x$  το ποσοστό των αγοριών, τότε το ποσοστό των κοριτσιών ισούται με  $1,5x$ . Επομένως, έχουμε την εξίσωση  $2,5x=100$ , από όπου προκύπτει ότι  $x=100:2,5=40$ , δηλαδή το ποσοστό των αγοριών είναι 40% και των κοριτσιών 60%. Αν μετατρέψουμε τα ποσοστά σε ανάγωγα κλάσματα, έχουμε αντίστοιχα  $\frac{2}{5}$  για τα αγόρια και  $\frac{3}{5}$  για τα κορίτσια.

Επομένως ο αριθμός των μαθητών πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του 5, οπότε η απάντηση είναι 145.

4. Ένα αναλογικό ρολόι δείχνει ώρα 7:20.

α) Πόση είναι (σε μοίρες) η γωνία που σχηματίζει ο ωροδείκτης με τον λεπτοδείκτη;

β) Σε πόσα λεπτά θα συναντηθούν οι δύο δείκτες; Να δώσετε την απάντησή σας, σε μορφή ανάγωγου κλάσματος (ανάγωγο λέμε ένα κλάσμα όταν έχουν γίνει όλες οι δυνατές απλοποιήσεις. Για παράδειγμα το κλάσμα  $\frac{3}{5}$  είναι ανάγωγο ενώ το κλάσμα  $\frac{9}{15}$  δεν είναι ανάγωγο).

**Προτεινόμενη λύση:**

α) Το τόξο μεταξύ δύο διαδοχικών ακεραίων ωρών έχει μέτρο  $360^{\circ}:12=30^{\circ}$ . Ο ωροδείκτης βρίσκεται στο 4, ενώ ο λεπτοδείκτης, έχει μετακινηθεί από το 7 προς το 8 κατά το  $\frac{1}{3}$  του τόξου δηλαδή  $10^{\circ}$  καθώς τα 20 λεπτά είναι το  $\frac{1}{3}$  του 60. Επομένως η ζητούμενη γωνία, ισούται με  $3 \cdot 30^{\circ} + 10^{\circ} = 100^{\circ}$ .

β) Ο λεπτοδείκτης προχωρά  $360^{\circ}$  σε μία ώρα, ενώ ο ωροδείκτης στον ίδιο χρόνο προχωρά κατά  $30^{\circ}$ . Επομένως σε 60 λεπτά ο λεπτοδείκτης προχωρά  $330^{\circ}$  περισσότερο από τον ωροδείκτη. Έτσι, για να υπολογίσουμε το χρόνο  $t$  που απαιτείται για να καλύψει τις  $100^{\circ}$  που τους χωρίζουν, έχουμε τα ανάλογα ποσά  $\frac{t}{60} = \frac{100}{330}$ , από όπου προκύπτει  $t = \frac{200}{11} = 18\frac{2}{11}$

λεπτά της ώρας.

*Παρατήρηση:* Δόθηκε η διευκρίνιση ότι το ζητούμενο είναι πότε θα έχουμε για πρώτη φορά συνάντηση των δύο δεικτών.