

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ 2021

ΘΕΜΑ Α

A₁. Θεωρία (Σελ. 65 σχολικό βιβλίο).

A₂. Απόδειξη (Σελ. 28 σχολικό βιβλίο)

A₃. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

A₄. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

β. $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B₁. $f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow -a + 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a = 3}$

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

B₂. $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

$$A_g = x \in (-\infty, -1) \cup (1, 1) \cup (1, \infty)$$

B₃. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = 9 - 8 = 1. \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 1 \end{matrix}$$

$$B_4. y = \alpha x + \beta.$$

$$\alpha = f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = -3}$$

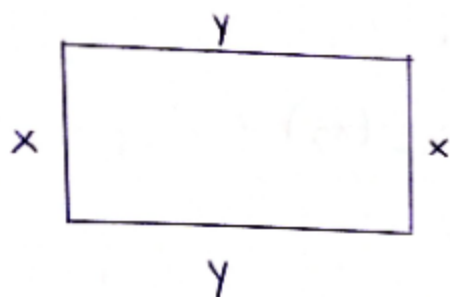
$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f(0) = 2.$$

$$\text{Ορα } f(0) = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \boxed{2 = \beta}$$

$$\boxed{y = -3x + 2}$$

ΘΕΜΑ Δ



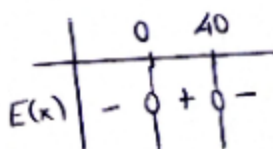
$$\Pi = 2x + 2y$$

$$80 = 2x + 2y$$

$$x + y = 40 \Leftrightarrow \boxed{y = 40 - x} \quad (1)$$

$$\Delta_1. E(x) = x \cdot y = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x$$

$$E(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 40$$



Ορα όμως έχουμε εμβαδόν γρήνη
 $E(x) > 0$ ορα $\forall x \in (0, 40)$

$$\Delta_{2/3} E(x) = -x^2 + 40x$$

$$E'(x) = -2x + 40$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 40 = 2x \Leftrightarrow x = 20$$

	0	20	40
$E'(x)$	+	0	-
$E(x)$	↗		↘

Η $E(x)$ είναι γν. αύξουσα στο $(0, 20]$

Η $E(x)$ είναι γν. φθίνουσα στο $[20, 40)$

Η $E(x)$ παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x=20$ το $E(20) = 400 \text{ m}^2$

Δ4. Το εμβαδόν των ορθογώνων A, B δίνεται από του νόμο

$$E(x) = -x^2 + 40x.$$

Όπου $x_A = 29,5 \text{ m}$ και $x_B = 34,2 \text{ m}$.

Ισχύει ότι $x_A < x_B \xrightarrow{E(x)}$ $E(x_A) > E(x_B)$.

Άρα μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το **A**

ΘΕΜΑ ΓΓ₁.

Ετη	x_i	v_i	f_i	α_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
ΣΥΝΟΛΟ	—	50	1	360°

Η στήλη f_i δίνεται από το διάγραμμα.

$$f_1 = \frac{v_1}{V} = \frac{5}{50} = 0,1$$

$$f_2 = \frac{v_2}{V} \Leftrightarrow v_2 = f_2 \cdot V = 0,3 \cdot 50 = 15$$

$$f_4 = \frac{v_4}{V} = \frac{20}{50} = 0,4$$

$$f_3 = \frac{v_3}{V} \Leftrightarrow v_3 = f_3 \cdot V = 0,2 \cdot 50 = 10$$

$$\alpha_2 = f_2 \cdot 360^\circ = 0,3 \cdot 360^\circ = 108^\circ$$

$$\alpha_3 = f_3 \cdot 360^\circ = 0,2 \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

Γ₂. Τουλάχιστον 8 ετη έχουν 45 εκπαιδευτικοί

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45 \text{ εκπαιδευτικοί}$$

Γ₃. Λιγότερο από 16 ετη έχουν το 60% των εκπαιδευτικών

$$(f_1 + f_2 + f_3) \cdot 100\% = 0,6 \cdot 100\% = 60\%$$

Γ₄. Το εμβαδόν του χωρίου ισούται με 1.

ΤΡΙΑΝΤΟΥΛΗ ΒΙΚΤΟΡΙΑ